

ВКЛАД ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ ПРОЦЕССОВ РОЖДЕНИЯ ФОТОННОЙ ПАРЫ И ОДИНОЧНОГО W-БОЗОНА В СПИНОРНОМ ФОРМАЛИЗМЕ

Студент магистрант: Кампф А. А.

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Калиновская Л. В.

Научный консультант: к.ф.-м.н. Дыдышко Е. В.

Кафедра физики элементарных частиц
физического факультета МГУ

Лаборатория ядерных проблем ОИЯИ



26 мая 2023



Цель и положения выносимые на защиту

Вычисление спиральных амплитуд жесткого тормозного излучения для процессов рождения фотонной пары и одиночного W -бозона с помощью спинорного исчисления.

- В среду **SANC** внедрено аналитическое вычисление спиральных амплитуд жесткого тормозного излучения для процессов $l^+l^- \gamma\gamma(\gamma) \rightarrow 0$ и $pp[p\bar{p}]W^\pm \rightarrow 0$, где $W^+ \rightarrow l^+\bar{\nu}_l$ и $W^- \rightarrow l^-\nu_l$.
- Создан и внедрен в **ReneSANCe** и **MCSANCee** модуль для численного расчета жесткого тормозного излучения для канала $l^+l^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$.
- Проведенное согласованное сравнение **MCSANCee**, **ReneSANCe** с другими программными продуктами **CalcHEP**, **WHIZARD** показало достоверность вычислений, полученных с помощью этого модуля.
- Численные результаты, полученные Монте-Карло инструментами **SANC**, использованы для улучшения предсказательной способности оценки светимости будущих ускорителей.
- Изучено влияние степени поляризации начального состояния и получены теоретические предсказания для сечений и асимметрий для кинематических ограничений и условий ускорителя ILC.

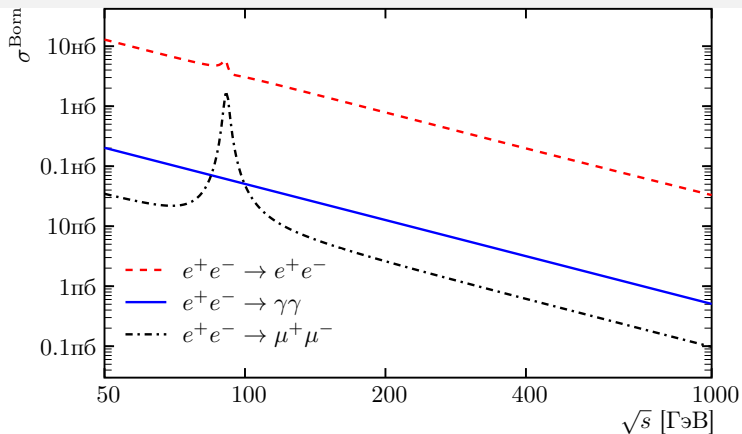
Актуальность рассматриваемых процессов

- Рождение фотонной пары: $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ [1–3]

Оценка светимости ускорителей [Physics Performance meeting – (20 Марта 2023)] (FCC , CEPС , ILC , CLIC); фоновый процесс для поисков темной материи, экзотических распадов Z, H ...

- Заряженный ток процесса Дрелла–Яна (ЗТ Дрелла-Яна): $pp[p\bar{p}] \rightarrow l^\pm \nu_{l^\mp}(\gamma)$ [4] Оценка наблюдаемых асимметрий A_L, A_{LL} для ускорителей типа RHIC, NICA; изучение спиральной структуры протонов ...

Сечение рассеяния (σ^{Born}) стандартных процессов для оценки светимости



Стандартные процессы для оценки светимости: Баба $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ [5] и рождение мюонной пары $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ [6], $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$.

Актуальность рассматриваемых процессов

- Рождение фотонной пары: $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ [1–3]
Оценка светимости экспериментов [Physics Performance meeting – (20 Марта 2023)] (FCC , CEPC , ILC , CLIC); фоновый процесс для экзотических распадов Z, H , темной материи ...
- Заряженный ток процесса Дрелла-Яна (3Т Дрелла-Яна): $pp[p\bar{p}] \rightarrow l^-\nu_l/l^+\bar{\nu}_l$ [4]
Оценка наблюдаемых асимметрий A_L, A_{LL} для ускорителей типа RHIC , NICA ; изучение спиральной структуры протонов ...

Рождение фотонной пары

- Теоретическая точность однопетлевого уровня не ограничена неопределенностью адронного вклада.
- Четкая сигнатура при больших углах.

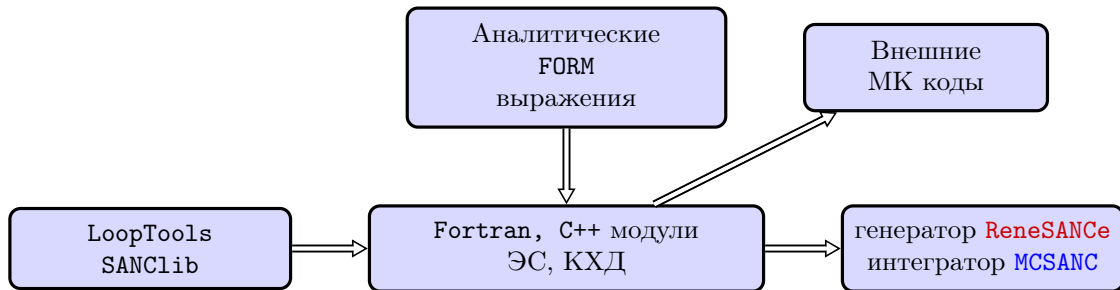
Заряженный ток Дрелла-Яна

Является хорошим инструментом для исследования спиральной структуры нуклонов [7–13], поскольку W^\pm бозоны естественным образом выбирают левые кварковые и правые антикварковые состояния.

- **Эксперименты конца 20-го и начала 21-го века:** LEP [14–16], HERA [17], SMC [18], Tevatron [19] и др.
Программная поддержка: ZFITTER [20]; DIZET [21]; TOPAZO [22–24]; KORALZ [25]; TAUOLA [26]; ALIBABA [27, 28]; KKMC [29–31], BHLUMI [32], BHWIDE [33] и BHAGENE3 [34] – МК генераторы; и др. [35]
- **Текущие и будущие эксперименты:** LHC , HL-LHC [36], FCC [37], CEPC [38, 39], ILC [40], CLIC [41], μ Collider [42, 43].
Возможная программная поддержка МК генераторы и интеграторы: WHIZARD [44, 45]; CompHEP [46, 47]; CalcHEP [48]; MCSANC [49, 50]; ReneSANCe [51]; KKMC [29–31]; BHLUMI [32]; BabaYaga [52–56]; POWHEG [57–59]; HERWIG [60]; Horace [61–66]; WINHAC [67]; WGRAD [68] и ZGRAD [69]; и др.

Система SANC – Support of Analytical and Numerical Calculations for experiments at colliders

Система SANC предназначена для теоретической оценки наблюдаемых и псевдонаблюдаемых (сечений, асимметрий ...). Точность оценки – однопетлевой уровень и выше. Начальные состояния с которыми работают генератор **ReneSANCe** и интегратор **MCSANC** : e^+e^- , pp , $p\bar{p}$.



Структура сечения

Полное однопетлевое сечение состоит из следующих вкладов:

$$\sigma^{\text{one-loop}} = \sigma^{\text{Born}} + \sigma^{\text{virt}}(\lambda) + \sigma^{\text{soft}}(\lambda, \bar{\omega}) + \sigma^{\text{hard}}(\bar{\omega}),$$

σ^{Born} – борновское сечение рассеяния, σ^{virt} – виртуальные(петлевые) поправки, $\sigma^{\text{soft(hard)}}$ – вклад от мягкого(жесткого) излучения фотонов ($E_\gamma > \bar{\omega}$ для жестких фотонов).

- Для вычисления вкладов используется процедурный подход.
- Каждый вклад поляризован; вычисление сечения через спиральные амплитуды.
- Есть возможность получить отдельно КЭД и слабый вклады.
- $\bar{\omega}$ и λ сокращаются после суммирования.

Сечение рассеяния для пучков с продольной поляризацией может быть представлено в следующем виде:

$$\sigma(P_{f^+}, P_{f^-}) = \frac{1}{4} \sum_{\chi_1, \chi_2} (1 + \chi_1 P_{f^+})(1 + \chi_2 P_{f^-}) \sigma_{\chi_1 \chi_2},$$

где $\chi_i = \pm 1$ («+» – правая и «-» – левая спиральности), f^\pm – лептоны, кварки.

- Для процесса рождения фотонной пары при столкновении поляризованных электрона и позитрона, $\sigma_{\chi_1\chi_2}^{\text{hard}}$ имеет следующий вид:

$$\sigma_{\chi_1\chi_2}^{\text{hard}} = \frac{\alpha^3}{192\pi s^2 \beta_e} \int_0^{s-2\sqrt{s\bar{\omega}}} (s-s') ds' \int_{-1}^1 d\cos\theta_3 \int_0^{2\pi} d\phi_3 \times$$

$$\int_{-1}^1 d\cos\theta_5 \int_0^{2\pi} \frac{d\phi_5}{2\pi} |\mathcal{H}_{\chi_1\chi_2}^{\text{hard}}|^2 \Theta.$$

- Для ЗТ Дрелла-Яна:

$$\sigma_{\chi_1\chi_2}^{\text{hard}} = \frac{\alpha^3}{32\pi s} \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} \int_{m_4^2}^{s-2\sqrt{s\bar{\omega}}} \frac{\sqrt{\lambda_f}(s-s')}{s'} ds' \int_{-1}^1 d\cos\theta_3 \int_0^{2\pi} d\phi_3 \times$$

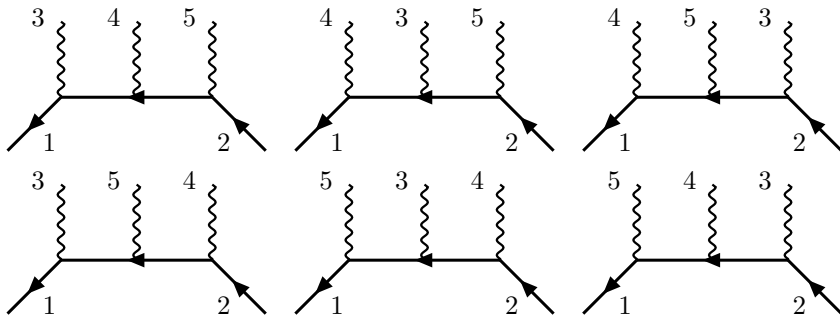
$$\int_{-1}^1 d\cos\theta_5 \int_0^{2\pi} \frac{d\phi_5}{2\pi} |\mathcal{H}_{\chi_1\chi_2}^{\text{hard}}|^2 \Theta.$$

Здесь введены следующие обозначения: p_1 и p_2 — импульсы начальных частиц (соответственно e^+ и e^- для процесса рождения фотонной пары, u и d кваркам для ЗТ Дрелла–Яна), p_3, p_4 и p_5 — импульсы конечных частиц (соответственно трем конечным фотонам в случае процесса рождения фотонной пары, ν, ℓ и γ в случае ЗТ Дрелла–Яна), $s = (p_1 + p_2)^2$, $s' = (p_3 + p_4)^2$, $\beta_e = \sqrt{1 - 4m_e^2/s}$, $\lambda_f = \lambda(s', m_3^2, m_4^2)$ и $\lambda_i = \lambda(s, m_1^2, m_2^2)$ — треугольные функции, α — постоянная тонкой структуры, ϑ_5 — угол между \mathbf{p}_1 и \mathbf{p}_5 в лабораторной системе, ϑ_3 — угол между \mathbf{p}_3 и \mathbf{p}_5 в системе покоя пары объединенных ($p_3 p_4$), ϕ_3 — азимутальный угол p_3 в системе покоя пары объединенных ($p_3 p_4$), Θ — равна 0 в области, исключенной кинематическими ограничениями, и 1 в противном случае.

$$|\mathcal{H}_{\chi_1 \chi_2}^{\text{hard}}|^2 = \sum_{\chi_3, \chi_4, \chi_5} |\mathcal{H}_{\chi_1 \chi_2 \chi_3 \chi_4 \chi_5}^{\text{hard}}|^2,$$

$\mathcal{H}_{\chi_1 \chi_2}$ — обозначение спиральных амплитуд процесса $l^+ l^- \gamma \gamma \rightarrow 0$ или $\bar{u} d c \bar{s} \gamma \rightarrow 0$, развернутых в первом случае в канал $e^+ e^- \rightarrow \gamma \gamma \gamma$, во втором в один из каналов $u \bar{d} \rightarrow \nu_\mu \mu^+ \gamma$ или $\bar{u} d \rightarrow \bar{\nu}_\mu \mu^- \gamma$.

Жёсткое тормозное излучение для $e^+e^-\gamma\gamma(\gamma) \rightarrow 0$



$$e^+(p_1, \chi_1) + e^-(p_2, \chi_2) + \gamma(p_3, \chi_3) + \gamma(p_4, \chi_4) + \gamma(p_5, \chi_5) \rightarrow 0$$

p_i – импульсы частиц; χ_i – спиральности частиц.

$$\begin{aligned} \mathcal{A} = & \bar{v}_1 \varepsilon_3 \frac{1}{p_{13}} \varepsilon_4 \frac{1}{p_{25}} \varepsilon_5 u_2 + \bar{v}_1 \varepsilon_4 \frac{1}{p_{14}} \varepsilon_3 \frac{1}{p_{25}} \varepsilon_5 u_2 + \bar{v}_1 \varepsilon_4 \frac{1}{p_{14}} \varepsilon_5 \frac{1}{p_{23}} \varepsilon_3 u_2 \\ & + \bar{v}_1 \varepsilon_3 \frac{1}{p_{13}} \varepsilon_5 \frac{1}{p_{24}} \varepsilon_4 u_2 + \bar{v}_1 \varepsilon_5 \frac{1}{p_{15}} \varepsilon_3 \frac{1}{p_{24}} \varepsilon_4 u_2 + \bar{v}_1 \varepsilon_5 \frac{1}{p_{15}} \varepsilon_4 \frac{1}{p_{23}} \varepsilon_3 u_2 \end{aligned}$$

\bar{v}_1, u_2 – спиноры e^+ и e^- ; $\varepsilon_i = \not{\epsilon}_i$; $\dot{p}_{ij} = \not{p}_{ij} - m_{ij} = \not{p}_i + \not{p}_j - (m_i + m_j)$

Основные моменты аналитического вычисления амплитуды \mathcal{A}

Уравнение Дирака и используемые обозначения

$$\begin{aligned}\dot{p}_i u_i &= 0, & \dot{p}_i v_i &= 0, \\ \dot{p}_i &= \not{p}_i + m_i, & \dot{p}_i &= \not{p}_i - m_i, \\ \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} &= 2g^{\mu\nu} \rightarrow \dot{p}_i \dot{p}_j + \dot{p}_j \dot{p}_i = 2\dot{p}_i \cdot \dot{p}_j, \\ \dot{p}_i \cdot \dot{p}_j &= p_i \cdot p_j - m_i m_j, \\ p_{i\dots j} &= p_i + \dots + p_j, & z_{i\dots j} &= \dot{p}_{i\dots j} \cdot \dot{p}_{i\dots j} = p_{i\dots j}^2 - (m_i + \dots + m_j)^2.\end{aligned}$$

Тензор Максвелла

$$\begin{aligned}\sigma^{\mu\nu} &= \frac{1}{2}(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu) = -\sigma^{\nu\mu}, \\ \gamma^\mu \gamma^\nu &= \sigma^{\mu\nu} + g^{\mu\nu} = \gamma^\mu \wedge \gamma^\nu + g^{\mu\nu}, \\ \gamma^\nu \gamma^\mu &= -\sigma^{\mu\nu} + g^{\mu\nu} = \gamma^\nu \wedge \gamma^\mu + g^{\mu\nu},\end{aligned}$$

Для безмассовых частиц $k \cdot \varepsilon = 0$:

$$F_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \rightarrow F(k, \chi_k) = k \wedge \varepsilon(k, \chi_k) = k \varepsilon(k, \chi_k).$$

Пример модификации слагаемого амплитуды

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 \dot{q} + \dot{q} \dot{p}_1 &= 2(q \cdot p_1 + m_1 m_q) \\ \mathcal{A} &\sim \bar{v}_1 \varepsilon_3 \frac{1}{\dot{p}_{13}} \varepsilon_4 \frac{1}{\dot{p}_{25}} \varepsilon_5 u_2 = \bar{v}_1 \frac{(\dot{p}_1 \dot{q} + \dot{q} \dot{p}_1)}{2(p_1 \cdot q + m_1 m_q)} \varepsilon_3 \frac{1}{\dot{p}_{13}} \varepsilon_4 \frac{1}{\dot{p}_{25}} \varepsilon_5 u_2 \\ &= \bar{v}_1 \frac{\dot{q}}{2(p_1 \cdot q + m_1 m_q)} \frac{\dot{p}_1 \varepsilon_3}{4 p_1 \cdot p_3} \frac{\dot{p}_{13} \varepsilon_4 \dot{p}_{25} \varepsilon_5}{p_2 \cdot p_5} u_2, \quad q^\mu - \text{произвольный импульс.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (p_{245} + m) \varepsilon_4 (p_{25} + m) \varepsilon_5 u_2 &= (p_4 \varepsilon_4 + 2p_{25} \cdot \varepsilon_4 + \varepsilon_4 (-p_{25} + m)) (p_{25} + m) \varepsilon_5 u_2 \\ &= (2p_{25} \cdot \varepsilon_4 + F_4) (2p_2 \cdot \varepsilon_5 + F_5) u_2 - z_{25} \varepsilon_4 \varepsilon_5 u_2, \end{aligned}$$

$$\dot{p}_1 \varepsilon_3 (p_{245} + m) \varepsilon_4 (p_{25} + m) \varepsilon_5 u_2 = (2(p_{245} \cdot \varepsilon_3) + F_3) (2(p_{25} \cdot \varepsilon_4) + F_4) (2(p_2 \cdot \varepsilon_5) + F_5) u_2.$$

Скалярная часть \mathcal{A}_S амплитуды \mathcal{A} и вектор импульса q

$\mathcal{A}_S \sim \bar{v}_1 \dot{q} u_2$, тогда если $\dot{q} = \dot{p}_2$, то согласно уравнению Дирака $\mathcal{A}_S = 0$

\mathcal{A} без \mathcal{A}_S

$$\begin{aligned} \mathcal{A} = & \mathcal{A}_3^I + \mathcal{A}_4^I + \mathcal{A}_5^I \\ & + \mathcal{A}_{34}^{II} + \mathcal{A}_{45}^{II} + \mathcal{A}_{53}^{II} + \mathcal{A}_{43}^{II} + \mathcal{A}_{54}^{II} + \mathcal{A}_{35}^{II} \\ & + \mathcal{A}_{345}^{III} + \mathcal{A}_{453}^{III} + \mathcal{A}_{534}^{III} + \mathcal{A}_{543}^{III} + \mathcal{A}_{354}^{III} + \mathcal{A}_{435}^{III} \end{aligned}$$

Пример явного вида нескольких слагаемых \mathcal{A}

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_3^I &= \langle 1 | \dot{q} F_3 | 2 \rangle \left[\frac{\text{Tr}[p_1 p_2 F_4] \text{Tr}[p_1 p_2 F_5]}{z_{14} z_{24}} - \frac{\text{Tr}[\dot{p}'_1 F_4 \dot{p}'_1 F_5]}{z_{14} z_{15} z_{145}} - \frac{\text{Tr}[\dot{p}'_2 F_4 \dot{p}'_2 F_5]}{z_{24} z_{25} z_{245}} \right], \\ \mathcal{A}_{34}^{II} &= \frac{\langle 1 | \dot{q} F_3 F_4 | 2 \rangle}{z_{25} z_{24}} \left[- \frac{\text{Tr}[p_1 p_2 F_5]}{z_{15}} + \frac{\text{Tr}[p_4 p_2 F_5]}{z_{13}} \right], \\ \mathcal{A}_{345}^{III} &= \frac{\langle 1 | \dot{q} F_3 F_4 F_5 | 2 \rangle}{z_{13} z_{25}}, \\ & \langle 1 | = \frac{\bar{v}_1}{2(p_1 \cdot p_2 + m_1 m_2)}, \quad |2\rangle = u_2. \end{aligned}$$

Вектор Лоренца в спинорном представлении

$$p_{A\dot{A}} = \begin{pmatrix} p_0 + p_z & p_x - ip_y \\ p_x + ip_y & p_0 - p_z \end{pmatrix}, p^{\dot{A}A} = \begin{pmatrix} p_0 - p_z & -p_x + ip_y \\ -p_x - ip_y & p_0 + p_z \end{pmatrix}$$

В случае $\frac{1}{2!} \epsilon^{AB} \epsilon^{\dot{A}\dot{B}} p_{A\dot{A}} p_{B\dot{B}} = \det(p_{A\dot{A}}) = p_i^2 = 0$, $p_{A\dot{A}}$ раскладывается на прямое произведение двух спиноров λ_A : $p_{A\dot{A}} = \lambda_A(p) \tilde{\lambda}_{\dot{A}}(p)$. В явном виде:

$$p_{A\dot{A}} = \begin{pmatrix} \sqrt{p_0 + p_z} \\ \frac{p_x + ip_y}{\sqrt{p_0 + p_z}} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \sqrt{p_0 + p_z} & \frac{p_x - ip_y}{\sqrt{p_0 + p_z}} \end{pmatrix}$$

Обозначения в бра-кетях и спинорное произведение

$$\begin{aligned} \epsilon^{AB} &= -\epsilon^{BA}, \quad \epsilon^{\dot{A}\dot{B}} = -\epsilon^{\dot{B}\dot{A}}, \quad \epsilon_{AB} = -\epsilon_{BA}, \quad \epsilon_{\dot{A}\dot{B}} = -\epsilon_{\dot{B}\dot{A}}, \\ \epsilon^{01} &= \epsilon^{\dot{0}\dot{1}} = \epsilon_{10} = \epsilon_{\dot{1}\dot{0}} = 1, \quad \epsilon^{10} = \epsilon^{\dot{1}\dot{0}} = \epsilon_{01} = \epsilon_{\dot{0}\dot{1}} = -1, \\ \lambda_A(p) &= |p\rangle, \quad \lambda^A(p) = \epsilon^{AB} \lambda_B(p) = \langle p|, \quad \lambda^A(q) \lambda_A(p) = \langle q|p\rangle, \\ \tilde{\lambda}^{\dot{A}}(p) &= |p], \quad \tilde{\lambda}_{\dot{A}}(p) = \epsilon_{\dot{A}\dot{B}} \tilde{\lambda}^{\dot{B}}(p) = [p|, \quad \tilde{\lambda}_{\dot{A}}(q) \tilde{\lambda}^{\dot{A}}(p) = [q|p], \\ \langle p|q\rangle &= -\langle q|p\rangle, \quad [p|q] = -[q|p], \quad \langle p|p\rangle = 0, \quad [p|p] = 0, \\ [p|q]^* &= \langle q|p\rangle, \quad \langle p|q\rangle [q|p] = 2p \cdot q. \end{aligned}$$

Проекция импульса на световой конус

Разложение импульса частицы с $p_i^2 = m_i^2$ на два безмассовых импульса l_i и k_i позволяет нам перейти к уравнению Дирака в терминах спиноров, приведенных на предыдущем слайде:

$$\sum_i p_i = 0, \quad p_i = k_i + \frac{m_i^2}{2p_i \cdot l_i} l_i, \quad k_i^2 = l_i^2 = 0, \quad l_i^2 = k_i^2 = 0, \quad i = 1..4$$

Уравнение Дирака и его решения

$l_i = p_5$ – импульс тормозного фотона. $p_5 \rightarrow |5\rangle, [5]$; $k_i \rightarrow |i\rangle, [i]$.

$$\not{p}_i = \sum_x u_i^x \bar{u}_i^x = \begin{pmatrix} \frac{m_i}{\langle i|5\rangle} \left(|5\rangle \langle i| - |i\rangle \langle 5| \right) & |i\rangle [i] - \frac{m_i^2}{\langle i|5\rangle [i]5} |5\rangle [5] \\ |i\rangle \langle i| - \frac{m_i^2}{[i]5 \langle i|5} |5\rangle \langle 5| & \frac{m_i}{[i]5} \left(|5\rangle [i] - |i\rangle [5] \right) \end{pmatrix}$$

$$u_i^+ = \begin{bmatrix} |i\rangle \\ \frac{m_i}{[i]5} |5\rangle \end{bmatrix}, \quad u_i^- = \begin{bmatrix} \frac{m_i}{\langle i|5} |5\rangle \\ |i\rangle \end{bmatrix}, \quad \bar{u}_i^+ = \left[-\frac{m_i}{\langle i|5} \langle 5|, \quad [i] \right], \quad \bar{u}_i^- = \left[\langle i|, \quad -\frac{m_i}{[i]5} [5] \right],$$

$$v_i^+ = \begin{bmatrix} -\frac{m_i}{\langle i|5} |5\rangle \\ |i\rangle \end{bmatrix}, \quad v_i^- = \begin{bmatrix} |i\rangle \\ -\frac{m_i}{[i]5} |5\rangle \end{bmatrix}, \quad \bar{v}_i^+ = \left[\langle i|, \quad \frac{m_i}{[i]5} [5] \right], \quad \bar{v}_i^- = \left[\frac{m_i}{\langle i|5} \langle 5|, \quad [i] \right].$$

Тензор Максвелла и вектор поляризации фотона в спинорном представлении

$$F(k, \chi_k) = F_k^{\chi_k} = k \wedge \varepsilon^{\chi_k} = \sqrt{2} \chi_k u_k^{\chi_k} \bar{v}_k^{\chi_k}$$

$$k = \begin{pmatrix} & |k\rangle [k| \\ |k\rangle \langle k| & \end{pmatrix}$$

$$(\varepsilon^+)^* = \varepsilon^-, \quad \varepsilon^+ \cdot \varepsilon^- = -1, \quad (\varepsilon^\pm)^2 = k \cdot \varepsilon^\pm = 0$$

$$\varepsilon_\mu^{-k} = \frac{[k|\gamma_\mu|g\rangle}{\sqrt{2}\langle g|k\rangle}$$

$$\varepsilon_\mu^{+k} = \frac{\langle k|\gamma_\mu|g\rangle}{\sqrt{2}[k|g]}$$

$$\varepsilon^{-k} = \frac{\sqrt{2}}{\langle g|k\rangle} \begin{pmatrix} & |g\rangle [k| \\ |k\rangle \langle g| & \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon^{+k} = \frac{\sqrt{2}}{[k|g]} \begin{pmatrix} |k\rangle \langle g| & \\ |g\rangle \langle k| & \end{pmatrix}$$

$$F^{-k} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} & \\ -|k\rangle [k| & \end{pmatrix}$$

$$F^{+k} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} |k\rangle \langle k| & \\ & \end{pmatrix}$$

Пример нескольких элементов слагаемых $\mathcal{A}_{\chi_1\chi_2\chi_3\chi_4\chi_5}$, выраженных через спиноры

$$\langle i^{\chi_i} | \hat{p}_j F_m^{\chi_m} F_n^{\chi_n} | j^{\chi_j} \rangle = (\sqrt{2})^2 \chi_m \chi_n \underbrace{\bar{v}_i^{\chi_i} \hat{p}_j u_m^{\chi_m}}_{f-p_j-\gamma} \underbrace{\bar{v}_m^{\chi_m} u_n^{\chi_n}}_{\gamma-\gamma} \underbrace{\bar{v}_n^{\chi_n} u_j^{\chi_j}}_{\gamma-f}$$

$$\text{Tr}[\hat{p}_i \hat{p}_j F_k^{\chi_k}] = \left[\begin{array}{c} \sqrt{2} \left(- \langle i|k \rangle [i|j] \langle j|k \rangle - \frac{m_j^2 \langle i|k \rangle [i|5] \langle k|5 \rangle}{\langle j|5 \rangle [j|5]} + \frac{m_i^2 \langle k|5 \rangle [j|5] \langle j|k \rangle}{\langle i|5 \rangle [i|5]} \right) \\ \chi_k = +k \\ -\sqrt{2} \left(- [i|k] \langle i|j \rangle [j|k] - \frac{m_j^2 [i|k] \langle i|5 \rangle [k|5]}{\langle j|5 \rangle [j|5]} + \frac{m_i^2 [k|5] \langle j|5 \rangle [j|k]}{\langle i|5 \rangle [i|5]} \right) \\ \chi_k = -k \end{array} \right]$$

Матрица поворота к спиральному базису

$$\mathcal{H}_{\xi_1 \xi_2 \chi_3 \chi_4 \chi_5} = \mathcal{R}_{\xi_1}^{\chi_1} \mathcal{R}_{\xi_2}^{\chi_2} \mathcal{A}_{\chi_1 \chi_2 \chi_3 \chi_4 \chi_5}$$

$$\mathcal{R}_{\xi_i}^{\chi_i} = \left[\begin{array}{cc} \frac{[i^b|5]}{[i|5]} & \frac{m_i \langle i^*|5 \rangle}{\langle i^*|i^b \rangle \langle i|5 \rangle} \\ \frac{m_i [i^*|5]}{[i^*|i^b] [i|5]} & \frac{\langle i^b|5 \rangle}{\langle i|5 \rangle} \end{array} \right]$$

$$p_i = \{E_i, p_i^x, p_i^y, p_i^z\}$$

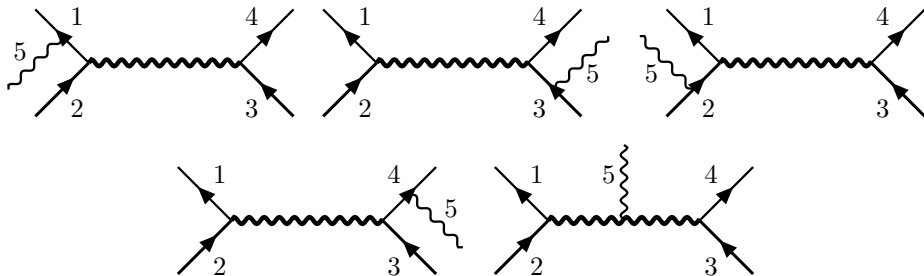
$$p_i^2 = m_i^2$$

$$k_{i^*} = \{|\vec{p}_i|, -p_i^x, -p_i^y, -p_i^z\}$$

$$k_{i^b} = p_i - \frac{m_i^2}{2p_i \cdot k_{i^*}} k_{i^*}$$

$$k_{i^*}^2 = k_{i^b}^2 = 0$$

Жесткое тормозное излучение для ЗТ Дрелла–Яна



$$\bar{u}(p_1, \chi_1) + d(p_2, \chi_2) + c(p_3, \chi_3) + \bar{s}(p_4, \chi_4) + \gamma(p_5, \chi_5) \rightarrow 0$$

Амплитуда для процесса $\bar{u}dc\bar{s}\gamma \rightarrow 0$ имеет следующий вид:

$$\mathcal{A} = g_W^2 V_{ud} A,$$

$$A =$$

$$\begin{aligned} & Q_{\bar{u}} \left(\bar{v}_1 \varepsilon_5 \frac{1}{p_{15} + m_u} \gamma_\mu \omega_- u_2 \right) \bar{v}_4 (D_{34} \cdot \gamma)^\mu \omega_- u_3 + Q_d \left(\bar{v}_1 \gamma_\mu \omega_- \frac{1}{p_{25} - m_d} \varepsilon_5 u_2 \right) \bar{v}_4 (D_{34} \cdot \gamma)^\mu \omega_- u_3 \\ & + Q_c \bar{v}_1 (D_{12} \cdot \gamma)^\mu \omega_- u_2 \left(\bar{v}_4 \gamma_\mu \omega_- \frac{1}{p_{35} - m_c} \varepsilon_5 u_3 \right) + Q_{\bar{s}} \bar{v}_1 (D_{12} \cdot \gamma)^\mu \omega_- u_2 \left(\bar{v}_4 \varepsilon_5 \frac{1}{p_{45} + m_s} \gamma_\mu \omega_- u_3 \right) \\ & + A_W, \end{aligned}$$

$$A_W = \frac{(\bar{v}_1 (D_{12} \cdot \gamma)^\mu \omega_- u_2)}{p_{12}^2 - M_W^2} \frac{(\bar{v}_4 (D_{34} \cdot \gamma)^\nu \omega_- u_3)}{p_{34}^2 - M_W^2} \left(-p_{345}^\nu \varepsilon_5^\mu + p_{1255}^\mu \varepsilon_5^\nu + (p_{33445} \cdot \varepsilon_5) g^{\mu\nu} \right),$$

$$D_{ij}^{\mu\nu} = \frac{g^{\mu\nu} - \frac{p_{ij}^\mu p_{ij}^\nu}{M_W^2}}{p_{ij}^2 - M_W^2}, \quad D_{ij} \cdot n = \frac{n - \frac{p_{ij}(p_{ij} \cdot n)}{M_W^2}}{p_{ij}^2 - M_W^2}, \quad D_{ij} \cdot p_{ij} = -\frac{p_{ij}}{M_W^2}, \quad (D_{ij} \cdot \gamma)^\mu = \frac{\gamma^\mu - \frac{p_{ij} p_{ij}^\mu}{M_W^2}}{p_{ij}^2 - M_W^2},$$

\bar{v}_i, u_i — спиноры, $\omega_\pm = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)$, Q — заряды.

Калибровочно-инвариантный вид амплитуды:

$$\begin{aligned}
 A = & \frac{1}{2} \text{Tr} \left[\not{D}_{34}[j_{34}] \not{D}_{12}[j_{21}] \mathbf{F}_5 \right] + \frac{Q_u}{z_{15}} \bar{v}_1 \mathbf{F}_5 \not{D}_{34}[j_{34}] \omega_{-u_2} + \frac{Q_d}{z_{25}} \bar{v}_1 \not{D}_{34}[j_{34}] \mathbf{F}_5 \omega_{-u_2} \\
 & + \frac{Q_c}{z_{35}} \bar{v}_4 \not{D}_{12}[j_{21}] \mathbf{F}_5 \omega_{-u_3} + \frac{Q_s}{z_{45}} \bar{v}_4 \mathbf{F}_5 \not{D}_{12}[j_{21}] \omega_{-u_3} - \frac{1}{2} \text{Tr} \left[p_{12} \not{D}_{12}[j_{21}] \mathbf{F}_5 \right] \frac{D_{34}[j_{34}, p_{34}]}{2p_{34} \cdot p_5} \\
 & + \frac{1}{2} \text{Tr} \left[p_{34} \not{D}_{34}[j_{34}] \mathbf{F}_5 \right] \frac{D_{12}[j_{21}, p_{12}]}{2p_{12} \cdot p_5} - \left(\frac{Q_u}{z_{15}} + \frac{Q_d}{z_{25}} \right) \frac{\text{Tr}[p_1 p_2 \mathbf{F}_5]}{z_{15} + z_{25}} D_{34}[j_{21}, j_{34}] \\
 & + \left(\frac{Q_c}{z_{35}} + \frac{Q_s}{z_{45}} \right) \frac{\text{Tr}[p_3 p_4 \mathbf{F}_5]}{z_{35} + z_{45}} D_{12}[j_{21}, j_{34}],
 \end{aligned}$$

$$j_{21} \equiv \langle \omega_{-u_2} \bar{v}_1 \rangle_1, \quad j_{34} \equiv \langle \omega_{-u_3} \bar{v}_4 \rangle_1, \quad D_{ij}[n, p_{ij}] = n \cdot D_{ij} \cdot p_{ij} = \frac{n \cdot p_{ij} - \frac{(p_{ij} \cdot n) p_{ij}^2}{M_w^2}}{p_{ij}^2 - M_w^2},$$

$$D_{ij}[n_1, n_2] = n_1 \cdot D_{ij} \cdot n_2 = \frac{n_1 \cdot n_2 - \frac{(p_{ij} \cdot n_1)(p_{ij} \cdot n_2)}{M_w^2}}{p_{ij}^2 - M_w^2}, \quad \not{D}_{ij}[n] = D_{ij} \cdot n.$$

Пример слагаемого спиральной амплитуды $A_{\chi_1\chi_2\chi_3\chi_4\chi_5}$

$$\frac{Q_u}{z_{in}} \bar{v}_i \mathbf{F}_n \not{D}_{kl} [j_{kl}] \omega_- u_j = -\frac{Q_u}{z_{in}} \frac{1}{(p_{kl}^2 - M_W^2)} \left(\frac{1}{2} \text{Tr}[\bar{v}_i^{\chi_i} F_n^{+n} u_k^{\chi_k}] \text{Tr}[\bar{v}_l^{\chi_l} \omega_- u_j^{\chi_j}] + \beta \text{Tr}[\bar{v}_i^{\chi_i} F_n^{+n} \not{p}_{kl} u_j^{\chi_j}] \right)$$

Пример выражений для Tr

$$\begin{aligned} \text{Tr}[\bar{v}_i^{\chi_i} \omega_- u_j^{\chi_j}] &= \bar{v}_{i,2}^{\chi_i} u_{j,2}^{\chi_j}, \\ \text{Tr}[\bar{v}_i^{\chi_i} F_j^{+j} u_k^{\chi_k}] &= \sqrt{2} \bar{v}_{i,1}^{\chi_i} |j\rangle \langle j| u_{k,1}^{\chi_k}, \\ \text{Tr}[\bar{v}_i^{\chi_i} F_j^{+j} \not{p}_{kl} u_n^{\chi_n}] &= \sqrt{2} \chi_j \bar{v}_{i,1}^{\chi_i} |j\rangle \langle j| (|k\rangle [k] + |l\rangle [l]) u_{n,2}^{\chi_n}. \end{aligned}$$

Как и в случае процесса рождения фотонной пары, полученные спиральные амплитуды нужно «повернуть», умножив на соответствующие три матрицы поворота (нейтрино полагаем безмассовым):

$$\mathcal{H}_{\xi_1\xi_2\chi_3\xi_4\chi_5} = \mathcal{R}_{\xi_1}^{\chi_1} \mathcal{R}_{\xi_2}^{\chi_2} \mathcal{R}_{\xi_4}^{\chi_4} A_{\chi_1\chi_2\chi_3\chi_4\chi_5},$$

здесь выбрана следующая нумерация $u - 1$, $d - 2$, $\nu - 3$, $\ell - 4$, $\gamma - 5$. Система центра масс с осью квантования спина, лежащей на оси столкновения кварков, описывается теми же импульсами k_{i^*} , k_{i^b} , что и для процесса рождения фотонной пары.

Численные результаты. 1. Неполяризованное сечение σ^{hard} для процесса $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$

Набор параметров и кинематических ограничений

$\alpha^{-1}(0) =$	137.035999084		
$M_W =$	80.379 ГэВ	$\Gamma_W =$	2.0836 ГэВ
$M_Z =$	91.1876 ГэВ	$\Gamma_Z =$	2.4952 ГэВ
$M_H =$	125.0 ГэВ	$m_e =$	0.51099895 МэВ
$m_\mu =$	0.1056583745 ГэВ	$m_\tau =$	1.77686 ГэВ
$m_d =$	0.083 ГэВ	$m_s =$	0.215 ГэВ
$m_b =$	4.7 ГэВ	$m_u =$	0.062 ГэВ
$m_c =$	1.5 ГэВ	$m_t =$	172.76 ГэВ.

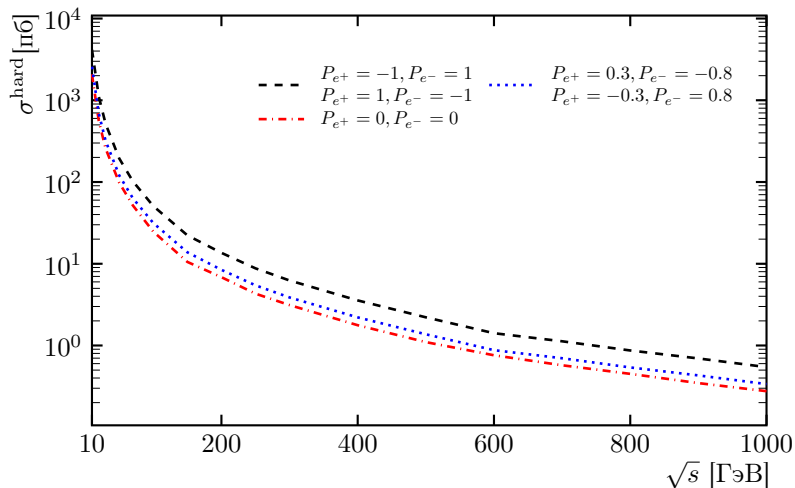
$E_\gamma \geq \omega = 10^{-4}\sqrt{s}/2$, по крайней мере два фотона лежат в $|\cos \vartheta_\gamma| < 0.9$

\sqrt{s} , ГэВ	250	500	1000
SANC, пб	4.467(2)	1.177(1)	0.3095(1)
CalcHEP, пб	4.465(1)	1.177(1)	0.3096(1)
WHIZARD, пб	4.465(1)	1.180(1)	0.3097(1)

2. Поляризованное сечение σ^{hard} для процесса $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ (ILC)

P_{e^+}, P_{e^-}	1, -1	-0.3, -0.8	-0.3, 0.8
	$\sqrt{s}=250$ ГэВ		
SANC, пб	8.92(1)	3.39(1)	5.53(1)
CalcHEP, пб	8.91(1)	3.39(1)	5.53(1)
	$\sqrt{s}=500$ ГэВ		
SANC, пб	2.35(1)	0.894(1)	1.459(1)
CalcHEP, пб	2.35(1)	0.895(1)	1.458(1)
	$\sqrt{s}=1000$ ГэВ		
SANC, пб	0.620(1)	0.236(1)	0.384(1)
CalcHEP, пб	0.620(1)	0.236(1)	0.384(1)

3. Графики σ^{hard} процесса для $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ для различных случаев поляризации (ILC)



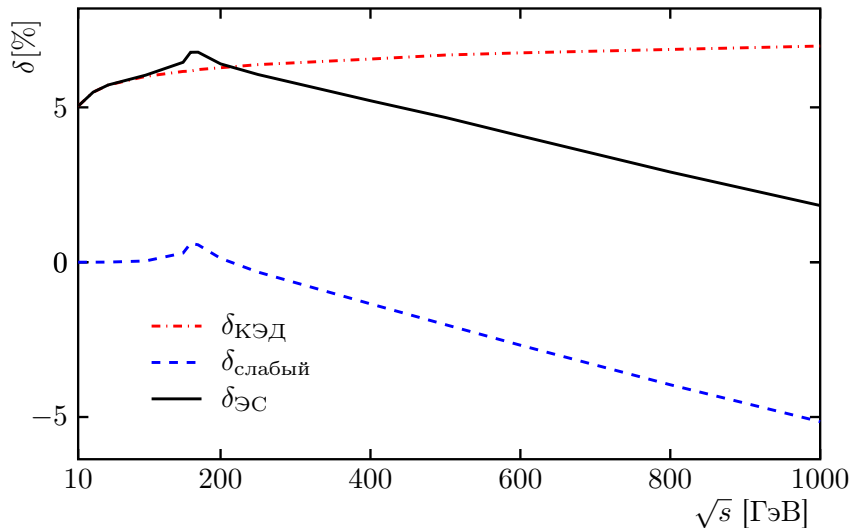
4. Относительные радиационные поправки δ (%) для различных случаев поляризации

P_{e^-}, P_{e^+}	0, 0	0.8, 0.3	-0.8, 0.3
$\sqrt{s}=250$ ГэВ			
$\sigma_{\text{Борн}}$, пб	4.2617(1)	3.2388(1)	5.2845(1)
$\delta^{\text{КЭД}}$, %	6.42(4)	6.48(1)	6.32(2)
$\delta^{\text{слабые}}$, %	-0.32(1)	-0.13(1)	-0.57(1)
$\sqrt{s}=500$ ГэВ			
$\sigma_{\text{Борн}}$, пб	1.06542(1)	0.80972(1)	1.32112(1)
$\delta^{\text{КЭД}}$, %	6.67(2)	6.72(2)	6.62(2)
$\delta^{\text{слабые}}$, %	-2.01(1)	0.24(1)	-5.05(1)
$\sqrt{s}=1000$ ГэВ			
$\sigma_{\text{Борн}}$, пб	0.266353(1)	0.202429(1)	0.330279(1)
$\delta^{\text{КЭД}}$, %	6.90(2)	7.00 (2)	6.90(4)
$\delta^{\text{слабые}}$, %	-5.14(1)	-2.39(1)	-8.85(1)

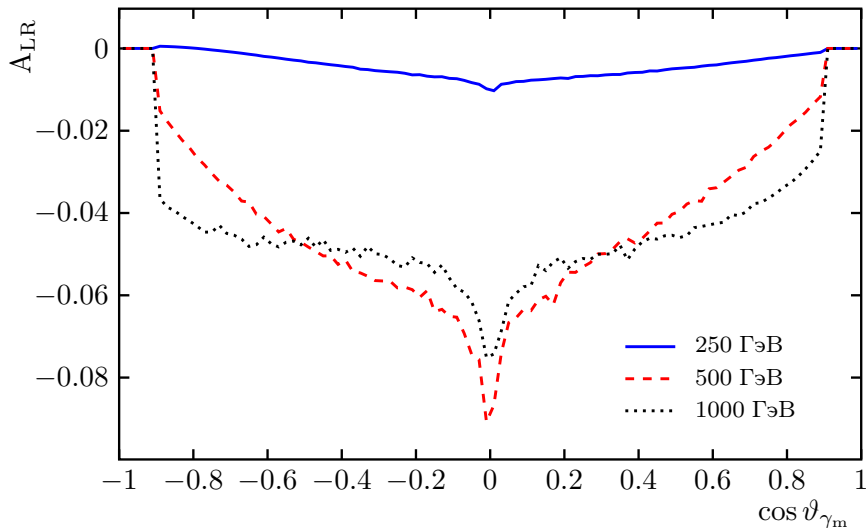
5. Сравнение Борновского и NLO КЭД интегральных сечений между кодами SANC и BabaYaga

\sqrt{s} , ГэВ	91	160	240	365
		Борн, пб		
SANC	39.822(1)	12.884(1)	5.7252(1)	2.4758(2)
BabaYaga	39.821	12.881	5.7250	2.4752
		NLO КЭД, пб		
SANC	41.04(1)	13.289(3)	5.907(1)	2.556(1)
BabaYaga	41.043	13.291	5.9120	2.5581

6. Зависимость от энергии относительных поправок δ (%)



7. Угловые распределения для асимметрии A_{LR} по углу фотона с наибольшей энергией



Заклучение

- Работа по $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ доложена на конференциях:
 - 1) Мероприятие: IV International Scientific Forum Nuclear science and Technologies, Место и время проведения: Республика Казахстан, г. Алматы, 26.09.2022 – 30.09.2022. Участник: Кампф А.А., стендовый доклад. Название доклада: «One-loop radiative corrections to polarized photon-pair production».
 - 2) Мероприятие: XXX Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов», Место и время проведения: Россия, г. Москва, 10.04.2023 – 21.04.2023. Участник: Кампф А.А., устный доклад. Название доклада: Расчет вклада тормозного излучения для процесса рождения фотонной пары в рамках проекта SANC.
- Работа по $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ опубликована в Physical Review D[70].
- Планы на ближайшее будущее: получение аналитических выражений спиральных амплитуд жесткого тормозного излучения для $qq \rightarrow g\gamma$, $qg \rightarrow q\gamma$, $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^- \rightarrow$ получение продольно и поперечно поляризованных структурных функций \rightarrow RHIC , NICA .

Выражаю благодарность своему научному руководителю Калиновской Л.В., научному консультанту Дыдышко Е.В., рецензенту Беднякову А.В., Теряеву О.В. и группе SANC (Арбузов А.Б., Бондаренко С.Г., Ермольчик В.Л., Ермольчик Ю.В., Корниенко В.В., Румянцев Л.А, Сапронов А.А., Садыков Р.Р.) за ценные советы и рекомендации.

Также выражаю отдельную благодарность сотрудникам и преподавателям кафедры физики элементарных частиц.

Спасибо за внимание.

Линейные ускорители (e^+e^-)

- CLIC (планируемые даты начала работы – 2040-2045 годы)
- ILC (готов к реализации, однако отложен до 2035-2040 годов)

E_{cm} :

- 250 ГэВ – 1 ТэВ, 91 ГэВ (ILC)
- 500 ГэВ – 3 ТэВ (CLIC)

- Высокие энергии.(LEP : 45.6 – 104.5 ГэВ; LHC : 6.5 ТэВ)
- $L \approx 10^{34} - 10^{36} \text{ см}^{-2} \text{ сек}^{-1}$; больше светимости LEP , LHC на 2 – 4 порядка.
- Поляризованные пучки($P_{e^-} = 80 - 90\%$, $P_{e^+} = 30\%$, 60%).

European Strategy for Particle Physics – Accelerator R&D Roadmap [71].

Циклические ускорители

- HL-LHC , CEPC (планируемые даты начала работы – 2029 и 2030 годы, соответственно)
- μ Collider , FCC (FCC-ee , FCC-hh ; вероятное начало работы > 2040 год)

E_{cm} :

- 91 ГэВ, 160 ГэВ, 240 ГэВ, 350 ГэВ(FCC-ee , CEPC)
- 100 ТэВ(FCC-hh)
- несколько ТэВ(μ Collider)

Пример теоретических и экспериментальной ошибок для M_W и $\sin^2 \theta_{\text{eff}}^l$ [72]

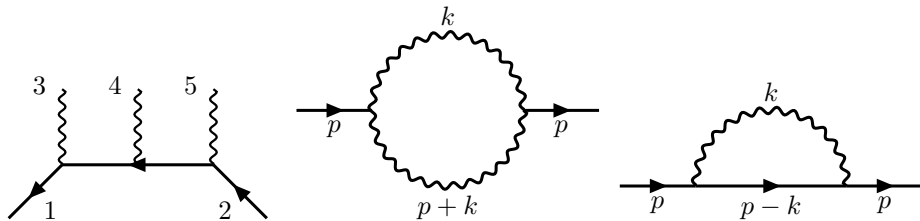
Настоящее время

$$\begin{aligned}M_W [\text{ГэВ}] &= 80.3593 \pm 0.0056 m_t \pm 0.0026 M_Z \pm 0.0018 \Delta\alpha_{\text{had}} \pm 0.0017 \alpha_s \pm 0.0002 M_H \pm 0.0040_{\text{theory}} \\ &= 80.359 \pm 0.011_{\text{total}} \quad \text{while} \quad 0.015_{\text{exp}} \\ \sin^2 \theta_{\text{eff}}^l &= 0.231496 \pm 3.0 \cdot 10^{-5} m_t \pm 1.5 \cdot 10^{-5} M_Z \pm 3.5 \cdot 10^{-5} \Delta\alpha_{\text{had}} \pm 1.0 \cdot 10^{-5} \alpha_s \pm 0.2 \cdot 10^{-5} M_H \\ &\pm 4.7 \cdot 10^{-5}_{\text{theory}} = 0.23150 \pm 0.00010_{\text{total}} \quad \text{while} \quad 0.00014_{\text{exp}}\end{aligned}$$

Ожидание от FCC

$$\begin{aligned}M_W [\text{ГэВ}] &= 80.3593 \pm 0.0001 m_t \pm 0.0001 M_Z \pm 0.0003 \Delta\alpha_{\text{had}} \pm 0.0002 \alpha_s \pm 0.0000 M_H \pm 0.0040_{\text{theory}} \\ &= 80.359 \pm 0.005_{\text{total}} \quad \text{while} \quad 0.0005_{\text{exp}} \\ \sin^2 \theta_{\text{eff}}^l &= 0.231496 \pm 0.15 \cdot 10^{-5} m_t \pm 0.1 \cdot 10^{-5} M_Z \pm 0.6 \cdot 10^{-5} \Delta\alpha_{\text{had}} \pm 0.14 \cdot 10^{-5} \alpha_s \pm 0.0 \cdot 10^{-5} M_H \\ &\pm 4.7 \cdot 10^{-5}_{\text{theory}} = 0.23150 \pm 0.00006_{\text{total}} \quad \text{while} \quad 0.000006_{\text{exp}}\end{aligned}$$

Пример диаграмм мягкого излучения и виртуальных поправок



Примеры диаграмм для мягкого излучения ($E_\gamma < \bar{\omega}$) для процесса $e^+e^- \gamma\gamma(\gamma) \rightarrow 0$ и для виртуальных радиационных поправок – собственная энергия и поляризация вакуума. (слева направо)

$$\dot{p}_i u = 0, \quad \dot{p}_i v = 0$$

$$\dot{p}_i = \sum_{\chi} u_i^{\chi} \bar{u}_i^{\chi} = \begin{pmatrix} \frac{m_i}{\langle i|5\rangle} \left(|5\rangle\langle i| - |i\rangle\langle 5| \right) & |i\rangle[i| - \frac{m_i^2}{\langle i|5\rangle[i|5]} |5\rangle[5|] \\ |i\rangle\langle i| - \frac{m_i^2}{[i|5]\langle i|5]} |5\rangle\langle 5| & \frac{m_i}{[i|5]} \left([5][i| - |i][5| \right) \end{pmatrix}$$

$$\dot{p}_i = \sum_{\chi} v_i^{\chi} \bar{v}_i^{\chi} = \begin{pmatrix} -\frac{m_i}{\langle i|5\rangle} \left(|5\rangle\langle i| - |i\rangle\langle 5| \right) & |i\rangle[i| - \frac{m_i^2}{\langle i|5\rangle[i|5]} |5\rangle[5|] \\ |i\rangle\langle i| - \frac{m_i^2}{[i|5]\langle i|5]} |5\rangle\langle 5| & -\frac{m_i}{[i|5]} \left([5][i| - |i][5| \right) \end{pmatrix}$$

- [1] L. M. Brown и R. P. Feynman, «Radiative Corrections to Compton Scattering,» Phys. Rev., т. 85, с. 231–244, 2 янв. 1952. DOI: 10.1103/PhysRev.85.231. url: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.85.231>.
- [2] I. Harris и L. M. Brown, «Radiative Corrections to Pair Annihilation,» Phys. Rev., т. 105, с. 1656–1661, 5 март 1957. DOI: 10.1103/PhysRev.105.1656. url: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.105.1656>.
- [3] F. A. Berends и R. Gastmans, «Hard photon corrections for $e + e^- \rightarrow \gamma\gamma$,» Nucl. Phys., т. B61, с. 414–428, 1973. DOI: 10.1016/0550-3213(73)90372-6.
- [4] S. D. Drell и T.-M. Yan, «Massive Lepton Pair Production in Hadron-Hadron Collisions at High-Energies,» Phys. Rev. Lett., т. 25, с. 316–320, 1970, [Erratum: Phys.Rev.Lett. 25, 902 (1970)]. DOI: 10.1103/PhysRevLett.25.316.
- [5] A. Arbuzov и др., «Electroweak radiative corrections to polarized Bhabha scattering,» PoS, т. LL2018, с. 010, 2018. DOI: 10.22323/1.303.0010.

- [6] S. Bondarenko, Y. Dydyshka, L. Kalinovskaya, R. Sadykov и V. Yermolchyk, «One-loop electroweak radiative corrections to lepton pair production in polarized electron-positron collisions,» [Phys. Rev. D](#), т. 102, № 3, с. 033 004, 2020. DOI: [10.1103/PhysRevD.102.033004](#). arXiv: 2005.04748 [hep-ph].
- [7] M. M. Aggarwal и др., «Measurement of the parity-violating longitudinal single-spin asymmetry for W^\pm boson production in polarized proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 500 - GeV$,» [Phys. Rev. Lett.](#), т. 106, с. 062 002, 2011. DOI: [10.1103/PhysRevLett.106.062002](#). arXiv: 1009.0326 [hep-ex].
- [8] A. Adare и др., «Cross Section and Parity Violating Spin Asymmetries of W^\pm Boson Production in Polarized $p + p$ Collisions at $\sqrt{s} = 500 GeV$,» [Phys. Rev. Lett.](#), т. 106, с. 062 001, 2011. DOI: [10.1103/PhysRevLett.106.062001](#). arXiv: 1009.0505 [hep-ex].
- [9] L. Adamczyk и др., «Measurement of longitudinal spin asymmetries for weak boson production in polarized proton-proton collisions at RHIC,» [Phys. Rev. Lett.](#), т. 113, с. 072 301, 2014. DOI: [10.1103/PhysRevLett.113.072301](#). arXiv: 1404.6880 [nucl-ex].

- [10] A. Adare и др., «Measurement of parity-violating spin asymmetries in W^\pm production at midrapidity in longitudinally polarized $p + p$ collisions,» Phys. Rev. D, т. 93, № 5, с. 051 103, 2016. DOI: 10.1103/PhysRevD.93.051103. arXiv: 1504.07451 [hep-ex].
- [11] L. Adamczyk и др., «Measurement of the transverse single-spin asymmetry in $p^\uparrow + p \rightarrow W^\pm/Z^0$ at RHIC,» Phys. Rev. Lett., т. 116, № 13, с. 132 301, 2016. DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.132301. arXiv: 1511.06003 [nucl-ex].
- [12] A. Adare и др., «Cross section and longitudinal single-spin asymmetry A_L for forward $W^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu$ production in polarized $p + p$ collisions at $\sqrt{s} = 510$ GeV,» Phys. Rev. D, т. 98, № 3, с. 032 007, 2018. DOI: 10.1103/PhysRevD.98.032007. arXiv: 1804.04181 [hep-ex].
- [13] Q.-H. Xu, «Measurement of Longitudinal Single-Spin Asymmetry for W^\pm Production in Polarized Proton+Proton Collisions at STAR,» PoS, т. SPIN2018, P. Lenisa, G. Ciullo, M. Contalbrigo и L. Pappalardo, ред., с. 135, 2018. DOI: 10.22323/1.346.0135. arXiv: 1901.01734 [hep-ex].
- [14] P. Landshoff, «THE LARGE ELECTRON POSITRON COLLIDER (LEP) FOR PARTICLE PHYSICS,» Contemp. Phys., т. 22, с. 291—298, 1951. DOI: 10.1080/00107518108231532.

Ссылки IV

- [15] K. Johnsen и др., «A Machine for $e^+ e^-$ Physics Up to 200-GeV Center-Of-Mass Energy (LEP),», 1976.
- [16] D. Y. Bardin, «LEP-1 and LEP-2 2f review,» в [1999 International Europhysics Conference on High-Energy Physics](#), нояб. 1999, с. 672–676.
- [17] M. Klein и R. Yoshida, «Collider Physics at HERA,» [Prog. Part. Nucl. Phys.](#), т. 61, с. 343–393, 2008. DOI: 10.1016/j.pnpnp.2008.05.002. arXiv: 0805.3334 [hep-ex].
- [18] T. O. Niinikoski, «The SMC experiment and first results on the longitudinal deuteron spin asymmetry,» в [6th Workshop on Perspectives in Nuclear Physics at Intermediate Energies](#), янв. 1994, с. 52–70.
- [19] R. R. Wilson, «The Tevatron,» [Phys. Today](#), т. 30N10, с. 23–30, 1977. DOI: 10.1063/1.3037746.
- [20] D. Y. Bardin и др., «ZFITTER v.6.21: A Semianalytical program for fermion pair production in e^+e^- annihilation,» [Comput. Phys. Commun.](#), т. 133, с. 229–395, 2001. DOI: 10.1016/S0010-4655(00)00152-1. arXiv: hep-ph/9908433 [hep-ph].

- [21] D. Bardin, M. Bilenky, T. Riemann, M. Sachwitz, H. Vogt и P. Christova, «DIZET — Electroweak one-loop corrections for $e^+ + e^- \rightarrow f^+ + f^-$ around the Z^0 peak,» Computer Physics Communications, т. 59, № 2, с. 303—312, 1990, ISSN: 0010-4655. DOI: [https://doi.org/10.1016/0010-4655\(90\)90179-5](https://doi.org/10.1016/0010-4655(90)90179-5). url: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0010465590901795>.
- [22] G. Montagna, O. Nicrosini, G. Passarino и F. Piccinini, «TOPAZO 2.0: A Program for computing deconvoluted and realistic observables around the Z^0 peak,» Comput. Phys. Commun., т. 93, с. 120—126, 1996. DOI: [10.1016/0010-4655\(95\)00127-1](https://doi.org/10.1016/0010-4655(95)00127-1). arXiv: [hep-ph/9506329](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9506329).
- [23] G. Montagna, F. Piccinini, O. Nicrosini, G. Passarino и R. Pittau, «TOPAZO - a program for computing observables and for fitting cross sections and forward-backward asymmetries around the Z^0 peak,» Computer Physics Communications, т. 76, № 3, с. 328—360, авг. 1993. DOI: [10.1016/0010-4655\(93\)90060-P](https://doi.org/10.1016/0010-4655(93)90060-P).
- [24] G. Montagna, O. Nicrosini, F. Piccinini и G. Passarino, «TOPAZO 4.0: A New version of a computer program for evaluation of deconvoluted and realistic observables at LEP-1 and LEP-2,» Comput. Phys. Commun., т. 117, с. 278—289, 1999. DOI: [10.1016/S0010-4655\(98\)00080-0](https://doi.org/10.1016/S0010-4655(98)00080-0). arXiv: [hep-ph/9804211](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9804211) [hep-ph].

- [25] S. Jadach, B. F. L. Ward и Z. Was, «The Monte Carlo program KORALZ, for the lepton or quark pair production at LEP / SLC energies: From version 4.0 to version 4.04,» Comput. Phys. Commun., т. 124, с. 233–237, 2000. DOI: [10.1016/S0010-4655\(99\)00437-3](https://doi.org/10.1016/S0010-4655(99)00437-3). arXiv: [hep-ph/9905205](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9905205).
- [26] M. Chrzaszcz, T. Przedzinski, Z. Was и J. Zaremba, «TAUOLA of τ lepton decays—framework for hadronic currents, matrix elements and anomalous decays,» Comput. Phys. Commun., т. 232, с. 220–236, 2018. DOI: [10.1016/j.cpc.2018.05.017](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2018.05.017). arXiv: [1609.04617](https://arxiv.org/abs/1609.04617) [hep-ph].
- [27] W. Beenakker, F. A. Berends и S. C. van der Marck, «Large angle Bhabha scattering,» Nucl. Phys., т. B349, с. 323–368, 1991. DOI: [10.1016/0550-3213\(91\)90328-U](https://doi.org/10.1016/0550-3213(91)90328-U).
- [28] W. Beenakker, F. A. Berends и S. C. van der Marck, «Higher order corrections to the forward - backward asymmetry,» Phys. Lett., т. B251, с. 299–304, 1990. DOI: [10.1016/0370-2693\(90\)90940-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(90)90940-8).

- [29] S. Jadach, B. F. L. Ward, Z. Was, S. A. Yost и A. Siodmok, «Multi-photon Monte Carlo event generator KKMCee for lepton and quark pair production in lepton colliders,» Comput. Phys. Commun., т. 283, с. 108 556, 2023. DOI: 10.1016/j.cpc.2022.108556. arXiv: 2204.11949 [hep-ph].
- [30] S. A. Yost, M. Dittrich, S. Jadach, B. F. L. Ward и Z. Was, «KKMC-hh for Precision Electroweak Phenomenology at the LHC,» PoS, т. ICHEP2020, с. 349, 2021. DOI: 10.22323/1.390.0349. arXiv: 2012.09298 [hep-ph].
- [31] A. Arbuzov, S. Jadach, Z. Was, B. F. L. Ward и S. A. Yost, «The Monte Carlo Program KKMC , for the Lepton or Quark Pair Production at LEP/SLC Energies—Updates of electroweak calculations,» Comput. Phys. Commun., т. 260, с. 107 734, 2021. DOI: 10.1016/j.cpc.2020.107734. arXiv: 2007.07964 [hep-ph].
- [32] S. Jadach, W. Placzek, E. Richter-Was, B. F. L. Ward и Z. Was, «Upgrade of the Monte Carlo program BHLUMI for Bhabha scattering at low angles to version 4.04,» Comput. Phys. Commun., т. 102, с. 229—251, 1997. DOI: 10.1016/S0010-4655(96)00156-7.

- [33] S. Jadach, W. Placzek и B. F. L. Ward, «BHWIDE 1.00: $O(\alpha)$ YFS exponentiated Monte Carlo for Bhabha scattering at wide angles for LEP-1 / SLC and LEP-2,» Phys. Lett. B, т. 390, с. 298–308, 1997. DOI: [10.1016/S0370-2693\(96\)01382-2](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(96)01382-2). arXiv: [hep-ph/9608412](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9608412).
- [34] J. H. Field и T. Riemann, «BHAGENE3: A Monte Carlo event generator for lepton pair production and wide angle Bhabha scattering in $e^+ e^-$ collisions near the Z peak,» Comput. Phys. Commun., т. 94, с. 53–87, 1996. DOI: [10.1016/0010-4655\(95\)00131-X](https://doi.org/10.1016/0010-4655(95)00131-X). arXiv: [hep-ph/9507401](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9507401).
- [35] G. Altarelli, R. Kleiss и C. Verzegnassi, ред., Z PHYSICS AT LEP-1. PROCEEDINGS, WORKSHOP, GENEVA, SWITZERLAND, SEPTEMBER 1989. CERN Yellow Reports: Conference Proceedings, сент. 1989. DOI: [10.5170/CERN-1989-008-V-3](https://doi.org/10.5170/CERN-1989-008-V-3).
- [36] O. Aberle и др., High-Luminosity Large Hadron Collider (HL-LHC): Technical design report (CERN Yellow Reports: Monographs). Geneva: CERN, 2020. DOI: [10.23731/CYRM-2020-0010](https://doi.org/10.23731/CYRM-2020-0010). url: <https://cds.cern.ch/record/2749422>.

Ссылки IX

- [37] A. Abada и др., «FCC Physics Opportunities», [Eur. Phys. J.](#), т. C79, № 6, с. 474, 2019. DOI: 10.1140/epjc/s10052-019-6904-3.
- [38] CEPC Study Group, «CEPC Conceptual Design Report: Volume 1 - Accelerator», сент. 2018. arXiv: 1809.00285 [physics.acc-ph].
- [39] M. Dong и др., «CEPC Conceptual Design Report: Volume 2 - Physics & Detector», J. B. Guimarães da Costa и др., ред., нояб. 2018. arXiv: 1811.10545 [hep-ex].
- [40] T. Behnke и др., «The International Linear Collider Technical Design Report - Volume 1: Executive Summary», июнь 2013. arXiv: 1306.6327 [physics.acc-ph].
- [41] M. Aicheler и др.,
[A Multi-TeV Linear Collider Based on CLIC Technology: CLIC Conceptual Design Report \(CERN Yellow Reports: Monographs\)](#). Geneva: CERN, 2012. DOI: 10.5170/CERN-2012-007. url: <https://cds.cern.ch/record/1500095>.
- [42] R. Palmer и др., «Muon collider design», [Nucl. Phys. B Proc. Suppl.](#), т. 51, D. B. Cline, ред., с. 61–84, 1996. DOI: 10.1016/0920-5632(96)00417-3. arXiv: acc-phys/9604001.
- [43] A. Costantini и др., «Vector boson fusion at multi-TeV muon colliders», [JHEP](#), т. 09, с. 080, 2020. DOI: 10.1007/JHEP09(2020)080. arXiv: 2005.10289 [hep-ph].

- [44] W. Kilian, T. Ohl и J. Reuter, «WHIZARD: Simulating Multi-Particle Processes at LHC and ILC,» Eur. Phys. J., т. C71, с. 1742, 2011. DOI: 10.1140/epjc/s10052-011-1742-y. arXiv: 0708.4233 [hep-ph].
- [45] M. Moretti, T. Ohl и J. Reuter, «O'Mega: An Optimizing matrix element generator,», с. 1981—2009, 2001. arXiv: hep-ph/0102195 [hep-ph].
- [46] A. Pukhov и др., «CompHEP: A Package for evaluation of Feynman diagrams and integration over multiparticle phase space,», авг. 1999. arXiv: hep-ph/9908288.
- [47] E. Boos и др., «CompHEP 4.4: Automatic computations from Lagrangians to events,» Nucl. Instrum. Meth. A, т. 534, S. Kawabata и D. Perret-Gallix, ред., с. 250—259, 2004. DOI: 10.1016/j.nima.2004.07.096. arXiv: hep-ph/0403113.
- [48] A. Belyaev, N. D. Christensen и A. Pukhov, «CalcHEP 3.4 for collider physics within and beyond the Standard Model,» Comput. Phys. Commun., т. 184, с. 1729—1769, 2013. DOI: 10.1016/j.cpc.2013.01.014. arXiv: 1207.6082 [hep-ph].
- [49] A. Arbuzov и др., «Update of the MCSANC Monte Carlo integrator, v. 1.20,» JETP Lett., т. 103, № 2, с. 131—136, 2016. DOI: 10.1134/S0021364016020041. arXiv: 1509.03052 [hep-ph].

- [50] S. G. Bondarenko и A. A. Sapronov, «NLO EW and QCD proton–proton cross section calculations with mcsanc-v1.01,» Computer Physics Communications, т. 184, № 10, с. 2343–2350, 2013, ISSN: 0010-4655. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2013.05.010>. url: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010465513001707>.
- [51] R. Sadykov и V. Yermolchyk, «Polarized NLO EW e^+e^- cross section calculations with ReneSANCe-v1.0.0,» Comput. Phys. Commun., т. 256, с. 107445, 2020. DOI: [10.1016/j.cpc.2020.107445](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2020.107445). arXiv: 2001.10755 [hep-ph].
- [52] C. M. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini и F. Piccinini, «The BABAYAGA event generator,» Nucl. Phys. Proc. Suppl., т. 131, с. 48–55, 2004, [48(2003)]. DOI: [10.1016/j.nuclphysbps.2004.02.008](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2004.02.008). arXiv: hep-ph/0312014 [hep-ph].
- [53] G. Balossini, C. M. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini и F. Piccinini, «Matching perturbative and parton shower corrections to Bhabha process at flavour factories,» Nuclear Physics B, т. 758, № 1, с. 227–253, 2006, ISSN: 0550-3213. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2006.09.022>. url: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0550321306007851>.

- [54] G. Balossini, C. Bignamini, C. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini и F. Piccinini, «Photon pair production at flavour factories with per mille accuracy,» Physics Letters B, т. 663, № 3, с. 209—213, 2008, ISSN: 0370-2693. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2008.04.007>. url: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269308004346>.
- [55] C. M. Carloni Calame, «An improved parton shower algorithm in QED,» Physics Letters B, т. 520, № 1, с. 16—24, 2001, ISSN: 0370-2693. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(01\)01108-X](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(01)01108-X). url: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037026930101108X>.
- [56] C. M. Carloni Calame, C. Lunardini, G. Montagna, O. Nicrosini и F. Piccinini, «Large angle Bhabha scattering and luminosity at flavor factories,» Nucl. Phys. B, т. 584, с. 459—479, 2000. DOI: [10.1016/S0550-3213\(00\)00356-4](https://doi.org/10.1016/S0550-3213(00)00356-4). arXiv: [hep-ph/0003268](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0003268).
- [57] P. Nason, «A New method for combining NLO QCD with shower Monte Carlo algorithms,» JHEP, т. 11, с. 040, 2004. DOI: [10.1088/1126-6708/2004/11/040](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2004/11/040). arXiv: [hep-ph/0409146](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0409146).

- [58] S. Frixione, P. Nason и C. Oleari, «Matching NLO QCD computations with Parton Shower simulations: the POWHEG method,» JHEP, т. 11, с. 070, 2007. DOI: 10.1088/1126-6708/2007/11/070. arXiv: 0709.2092 [hep-ph].
- [59] S. Alioli, P. Nason, C. Oleari и E. Re, «A general framework for implementing NLO calculations in shower Monte Carlo programs: the POWHEG BOX,» JHEP, т. 06, с. 043, 2010. DOI: 10.1007/JHEP06(2010)043. arXiv: 1002.2581 [hep-ph].
- [60] J. Bellm и др., «Herwig 7.0/Herwig++ 3.0 release note,» Eur. Phys. J. C, т. 76, № 4, с. 196, 2016. DOI: 10.1140/epjc/s10052-016-4018-8. arXiv: 1512.01178 [hep-ph].
- [61] C. M. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini и A. Vicini, «Precision electroweak calculation of the production of a high transverse-momentum lepton pair at hadron colliders,» JHEP, т. 10, с. 109, 2007. DOI: 10.1088/1126-6708/2007/10/109. arXiv: 0710.1722 [hep-ph].
- [62] C. E. Gerber и др., «Tevatron-for-LHC Report: Top and Electroweak Physics,», май 2007. arXiv: 0705.3251 [hep-ph].

- [63] C. M. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini и A. Vicini, «Precision electroweak calculation of the charged current Drell-Yan process,» *JHEP*, т. 12, с. 016, 2006. DOI: 10.1088/1126-6708/2006/12/016. arXiv: hep-ph/0609170.
- [64] C. Buttar и др., «Les houches physics at TeV colliders 2005, standard model and Higgs working group: Summary report,» в *4th Les Houches Workshop on Physics at TeV Colliders*, апр. 2006. arXiv: hep-ph/0604120.
- [65] C. M. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini и M. Treccani, «Higher order QED corrections to W boson mass determination at hadron colliders,» *Phys. Rev. D*, т. 69, с. 037301, 2004. DOI: 10.1103/PhysRevD.69.037301. arXiv: hep-ph/0303102.
- [66] C. M. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini и M. Treccani, «Multiple photon corrections to the neutral-current Drell-Yan process,» *JHEP*, т. 05, с. 019, 2005. DOI: 10.1088/1126-6708/2005/05/019. arXiv: hep-ph/0502218.
- [67] W. Placzek, «WINHAC: The Monte Carlo event generator for single W -boson production in hadronic collisions,» *PoS*, т. EPS-HEP2009, с. 340, 2009. DOI: 10.22323/1.084.0340. arXiv: 0911.0572 [hep-ph].

- [68] U. Baur, S. Keller и D. Wackerth, «Electroweak radiative corrections to W boson production in hadronic collisions,» [Phys. Rev. D](#), т. 59, с. 013 002, 1999. DOI: 10.1103/PhysRevD.59.013002. arXiv: hep-ph/9807417.
- [69] U. Baur, O. Brein, W. Hollik, C. Schappacher и D. Wackerth, «Electroweak radiative corrections to neutral current Drell-Yan processes at hadron colliders,» [Phys. Rev. D](#), т. 65, с. 033 007, 2002. DOI: 10.1103/PhysRevD.65.033007. arXiv: hep-ph/0108274.
- [70] A. Kampf и др., «One-loop radiative corrections to photon-pair production in polarized positron-electron annihilation,» [Phys. Rev. D](#), т. 107, № 7, с. 073 003, 2023. DOI: 10.1103/PhysRevD.107.073003. arXiv: 2211.11467 [hep-ph].
- [71] C. Adolphsen и др., «European Strategy for Particle Physics – Accelerator R&D Roadmap,» [CERN Yellow Rep. Monogr.](#), т. 1, N. Mounet, ред., с. 1–270, 2022. DOI: 10.23731/CYRM-2022-001. arXiv: 2201.07895 [physics.acc-ph].
- [72] A. Blondel и др., «Standard model theory for the FCC-ee Tera-Z stage,» в [Mini Workshop on Precision EW and QCD Calculations for the FCC Studies : Methods and](#) CERN, т. 3, Geneva: CERN, 2019. DOI: 10.23731/CYRM-2019-003. arXiv: 1809.01830 [hep-ph].